Лазеры. Измерения. Информация. 2022. Том № 02. № 01 (05)
https://lasers-measurement-information.ru

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ЛАЗЕРНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ С ВЕЩЕСТВОМ

doi: 10.51639/2713-0568_2022_2_1_47
УДК 535.21, 535.23
ГРНТИ 29.31.27, 29.33.47
OCIS 140.3440, 140.3390, 160.3380

Статистическое моделирование лазерной абляционной деструкции

Чербачи Ю. В., * Мкртычев О. В.

353919, Россия, Новороссийск, Мысхакское шоссе 75,
филиал Белгородского государственного технологического университета
им. В. Г. Шухова в г. Новороссийске

e-mail: cherbachi-yu-v@nb-bstu.ru, * mkrtychev-o-v@nb-bstu.ru

Важной характеристикой оптических материалов является прочность материала под воздействием излучения на поверхность такого материала. Рассматривают три вида лучевой прочности оптических материалов: термоупругое растрескивание, разрушение вследствие разогрева инородных включений и пробой в поле световой волны (явление самофокусировки). В данной статье, с использованием модели Вейбулла–Гнеденко и некоторых параметров излучения, например, зная площадь воздействия луча лазера при лазерном разрушении, можно определить концентрацию дефектов и вычислить вероятность разрушения, определив таким образом оптическую прочность образцов при однократном облучении.

Ключевые слова: модель Вейбулла–Гнеденко, надёжность образца, оптическая прочность.

Введение

Прочность – свойство материалов противостоять разрушению при воздействии внешних нагрузок – является важным качеством в технических устройствах. При объяснении зависимости прочности материала разрушаемый материал, причины, виды и условия разрушения моделируются разными способами [1, 2]. В частности, статистическая теория прочности материала считает, что прочность поверхности материала меньше прочности внутреннего объёма из-за наличия на поверхности микродефектов [3]. Ввиду статистического распределения микродефектов, и прочность материала является статистической величиной. Для количественного определения прочности используют функцию распределения

$$f(x) = \frac{1}{N}\frac{\Delta N}{\Delta x},$$

где x –среднее значение прочности, N – число измерений при доверительном интервале Δx, ΔN – число образцов с прочностью в диапазоне (x, $x+ \Delta x$). Вид этой функции позволяют делать выводы о природе дефектов и динамике повреждений.

Модель Вейбулла–Гнеденко

Лазеры. Измерения. Информация. 2022. Том № 02. № 01 (05)
https://lasers-measurement-information.ru

Наиболее широко при анализе прочности хрупких материалов, в том числе, и стёкол, используется модель Вейбулла–Гнеденко [4, 5].
Вероятность разрушения при этом даётся выражением:

$$p = 1 - e^{-Y},$$

где Y – риск разрушения, определяемый для объёма V из выражения

$$Y = \begin{cases} \int\limits_V \left(\frac{y - y_{\text{пр}}}{y_{\text{норм}}}\right)^m dV, & y > y_{\text{пр}}, \\ 0, & y < y_{\text{пр}}, \end{cases}$$

где y – нагрузка элемента dV; $y_{\text{пр}}$ –предел прочности, т.е. минимальная нагрузка, вызывающая разрушение; $y_{\text{норм}}$ – нормировочный параметр размерности (напряжение×объём$^{1/m}$); m – модуль Вейбулла или параметр формы распределения. Для наиболее распространённого натриево-калиево-силикатного стекла типичные величины модуля Вейбулла находятся в диапазоне от 4 до 15.
В случае наличия двух видов дефектов, определяющих прочность материала, график $\ln\left(\ln\frac{1}{1-p}\right)$ от $\ln y$ будет состоять из отрезков двух прямых, трёх дефектов – из отрезков трёх прямых (и так далее). Выяснение количественных отношений для исследуемых зависимостей представляет интерес, как для выяснения физического механизма разрушения, так и для определения характерных параметров дефектов (например, концентрации), которые могут быть извлечены из сравнения указанных теоретических зависимостей с наблюдаемыми. В простейшем случае, когда вероятность лазерного разрушения определяется дефектами одного рода на поверхности или в объёме образца, для которой вероятность разрушения может быть описана показательной функцией типа

$$p(F) = 1 - e^{-\rho(F)A} = 1 - e^{-kAF^m}, \tag{1}$$

где $\rho(F) = kF^m$ – средняя объёмная концентрация дефектов, и A – объём области, подвергнутой воздействию лазерного излучения с плотностью энергии F. Данные по лазерному разрушению могут быть проанализированы, как и в [6–9], с использованием статистики Вейбулла–Гнеденко.
В случае трёхпараметрического распределения Вейбулла–Гнеденко плотность вероятности (дифференциальная функция распределения) имеет вид

$$f_{\text{wbl}}(x) = \begin{cases} \frac{c}{b}\left(\frac{x-a}{b}\right)^{c-1} e^{-\left(\frac{x-a}{b}\right)^c}, & x \geq a, \\ 0, & x < a, \end{cases}$$

где $f_{\text{wbl}}(x) \geq 0,\ x \geq a,\ c > 0,\ b > 0,\ -\infty < a < \infty$. Величина a называется параметром положения (срок безрисковой работы), $b -$ параметром масштаба (характерный срок) и $c -$ параметром формы (угловой коэффициент). При этом параметры положения a и масштаба b имеют ту же размерность, что и случайная величина x, а параметр формы c – величина безразмерная. После того как оценены параметры распределения Вейбулла–Гнеденко, можно оценить различные характеристики надёжности. В частности, вычислить функцию распределения отказов (обычно обозначаемую как $F(t)$). Соответственная кумулятивная, иначе интегральная, функция распределения Вейбулла–Гнеденко имеет вид:

$$F_{\text{wbl}}(x) = 1 - e^{-\left(\frac{x-a}{b}\right)^c}. \tag{2}$$

Надёжность определяется, как функция вероятности отказа тестируемой единицы в зависимости от времени. Формально функция надёжности (обычно обозначаемая через $R(t)$, иногда $Q(t)$) является дополнением функции распределения до 1 (т.е. $R(t) = 1 - F(t)$);

Лазеры. Измерения. Информация. 2022. Том № 02. № 01 (05)
https://lasers-measurement-information.ru

функция надёжности также иногда называется функцией выживания (равна вероятности дожития экземпляра до момента *t*). Функция надёжности вычисляется по формуле:

$$R(x) = 1 - F_{\mathrm{wbl}}(x) = e^{-\left(\frac{x-a}{b}\right)^c}.$$

Срок надёжности (полагая, что переменная x является временем), считая от момента времени 0, даётся выражением:

$$\mathrm{X}_R = a + b[-\ln R]^{\frac{1}{c}} = x.$$

Это время, в течение которого экземпляр будет успешно функционировать с надежностью $R(x)$.

Математическое ожидание распределения Вейбулла–Гнеденко

$$\bar{X} = a + b \cdot \Gamma\left(\frac{1}{\mathrm{c}} + 1\right),$$

где $\Gamma(z) = \int_0^\infty e^{-x} x^{n-1} dx$ –гамма-функция.

Медиана этого распределения равна

$$\breve{X} = a + b \cdot [\ln 2]^{\frac{1}{c}}.$$

Если в формуле для срока надёжной работы положить $R = 0{,}5$, то срок надёжности станет равным медиане распределения $\mathrm{X}_R = \breve{X}$.

Мода трёхпараметрического распределения Вейбулла–Гнеденко

$$\tilde{X} = a + b \cdot \left[1 - \frac{1}{c}\right]^{\frac{1}{c}}.$$

Функция риска (интенсивности отказа) описывает вероятность отказа в течение малого промежутка времени при условии, что до этого момента отказа не произошло. Для распределения Вейбулла–Гнеденко функция риска имеет следующий вид:

$$h(x) = \frac{f_{wbl}(x)}{1 - F_{wbl}(x)} = \frac{f_{wbl}(x)}{R(x)} = \frac{c}{b}\left(\frac{x-a}{b}\right)^{c-1}.$$

Двухпараметрическое распределение Вейбулла–Гнеденко получается из трёхпараметрического при условии равенства нулю параметра положения $a = 0$, то есть:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{c}{b}\left(\frac{x}{b}\right)^{c-1} e^{-\left(\frac{x}{b}\right)^c}, & x \geq 0, \\ 0, & x < 0. \end{cases}$$

Для однопараметрического распределения Вейбулла–Гнеденко, кроме условия $a = 0$, добавляется условие постоянства параметра формы $c = C = \mathrm{const}$:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{C}{b}\left(\frac{x}{b}\right)^{C-1} e^{-\left(\frac{x}{b}\right)^C}, & x \geq 0, \\ 0, & x < 0. \end{cases}$$

Все величины, характеризующие одно- и двух-параметрические распределения, находятся из выражений, аналогичных соответственным выражениям для величин трёхпараметрического распределения Вейбулла–Гнеденко. Достаточно только положить значение параметра положения равным нулю и значение параметра формы приравнять постоянной величине.

Моделирование лазерной абляции

В случае лазерной абляции, полагая A = const, по экспериментальной зависимости $p(F)$ для фиксированного значения p получаем

$$kA = -\frac{\ln(1-p)}{F^m}.$$

Так как погрешность измерения пороговых параметров для p = 0,5 минимальна, то подставляя это значение вероятности, получаем

Лазеры. Измерения. Информация. 2022. Том № 02. № 01 (05)
https://lasers-measurement-information.ru

$$kA = \frac{\ln}{F_{0,5}^{m}}.$$

Следовательно, выражение (1) можно переписать в виде

$$p(F) = 1 - e^{-\ln 2\left(\frac{F}{F_{0,5}}\right)^{m}},$$

или, после логарифмирования,

$$\ln\left(\frac{\ln\frac{1}{1-p}}{\ln}\right) = m\ln\left(\frac{F}{F_{0,5}}\right). \qquad (3)$$

График зависимости $\ln\left(\frac{\ln\frac{1}{1-p}}{\ln 2}\right)$ от $\ln\left(\frac{F}{F_{0,5}}\right)$ будет графиком прямой пропорциональности с коэффициентом m, равным показателю экспоненты в статистике Вейбулла–Гнеденко. Анализ экспериментальных данных подтверждает, что наклоны прямых многократно повторяются из-за дефектного механизма лазерной абляции и статистика Вейбулла–Гнеденко адекватно описывает процесс лазерной абляции и позволяет оценивать вероятность разрушения полимерного образца при заданной плотности энергии лазерного импульса.

В случае однократно облучённой мишени, при условии, что вероятность лазерной абляции определяется дефектами одного рода на поверхности или в объёме образца, вероятность разрушения может быть описана показательной функцией типа

$$p(F) = \begin{cases} 1 - e^{-\rho(F)A} = 1 - e^{-kAF^{m}} = 1 - e^{-\ln 2\left(\frac{F}{F_{0,5}}\right)^{m}}, & F > 0, \\ 0, & F \le 0, \end{cases}$$

где $\rho(F) = kF^{m}$ – средняя поверхностная/объёмная концентрация дефектов, и A – площадь/объём области, подвергнутой воздействию лазерного излучения с плотностью энергии F, $F_{0,5}$ − пробойная энергия, для которой вероятность пробоя равна 0,5. Именно эту величину $F_{0,5}$ мы измеряем в наших экспериментах.

Этой функции соответствует интегральная функция распределения Вейбулла–Гнеденко с параметрами: $a = 0$, $b = \frac{F_{0,5}}{\sqrt[m]{\ln}}$ и $c = m = \mathrm{const}$, относительно переменной величины $x = F$.

На основании полученных экспериментальных данных были выполнены расчёты по уравнению (3). Результат вычисления для нескольких образцов показателя экспоненты m в статистике Вейбулла–Гнеденко методом наименьших квадратов представлен в таблице.

Таблица. Показатель экспоненты m в статистике Вейбулла–Гнеденко, вычисленный по экспериментальным данным методом наименьших квадратов.

Образец	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$m_{20\ \text{нс}}$	15,65	4,99	27,67	27,96	16,18	14,43	15,31	15,19	13,25	9,16
$m_{300\ \text{мкс}}$	7,74	7,71	4,59	7,70	4,69	8,85	11,54	10,09	9,16	-

Таблица показывает, что значения показателя экспоненты m в формуле (2) группируются вокруг некоторых опорных значений. При этом большинство значений лежит в наиболее распространённом натриево-калиево-силикатном стекле типичных величин модуля Вейбулла, то есть в диапазоне от 4 до 15. Все эти результаты могут стать основой для различных методов изучения лазерного абляционного разрушения образцов [10–18].

Надёжность, в нашем случае эта функция называется оптической прочностью покрытия детали (часто обозначается $Q(F)$), и определяет функцию вероятности разрушения покрытия в зависимости от величины плотности энергии падающего излучения, имеет вид:

Лазеры. Измерения. Информация. 2022. Том № 02. № 01 (05)
https://lasers-measurement-information.ru

$$R(F) = 1 - p(F) = e^{-\ln 2\left(\frac{F}{F_{0,5}}\right)^m}. \qquad (4)$$

Надёжность в отношении пробоя даётся выражением:

$$X_R = \frac{F_{0,5}}{\sqrt[m]{\ln 2}}\left[\ln 2\left(\frac{F}{F_{0,5}}\right)^m\right]^{\frac{1}{m}} = F.$$

Эта величина показывает, что для значения плотности энергии падающего излучения равного F, надёжность в отношении пробоя имеет значение $R(F)$, вычисляемое по выражению (4).

Функция риска (интенсивности отказа) описывает вероятность пробоя в малом промежутке диапазона изменения плотности энергии падающего излучения при условии, что до этого значения плотности энергии пробоя не произошло. Для нашей функции распределения функция риска имеет следующий вид:

$$h(F) = \frac{m}{\frac{F_{0,5}}{\sqrt[m]{\ln 2}}}\left(\frac{F}{\frac{F_{0,5}}{\sqrt[m]{\ln}}}\right)^{m-1} = \left(\frac{m}{F_{0,5}^m}\ln 2\right)F^{m-1}.$$

Математическое ожидание распределения Вейбулла–Гнеденко

$$\bar{F} = \frac{F_{0,5}}{\sqrt[m]{\ln 2}}\cdot\Gamma\left(\frac{1}{\mathrm{m}}+1\right),$$

где $\Gamma(z)$ –гамма-функция.

Медиана этого распределения равна

$$\breve{F} = \frac{F_{0,5}}{\sqrt[m]{\ln 2}}\cdot[\ln 2]^{\frac{1}{m}} = F_{0,5}.$$

Мода распределения Вейбулла–Гнеденко

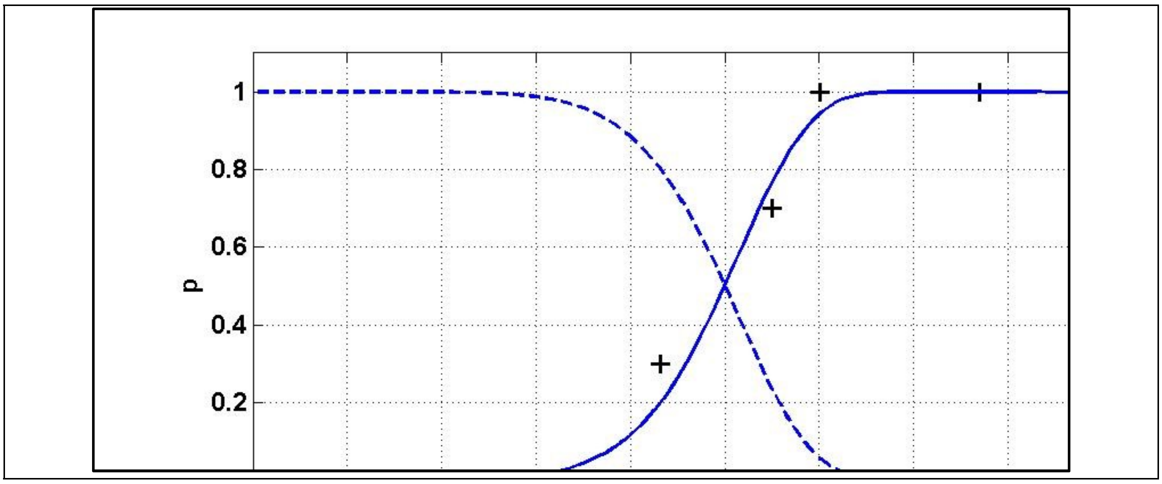
$$\tilde{F} = \frac{F_{0,5}}{\sqrt[m]{\ln}}\cdot\left[1-\frac{1}{m}\right]^{\frac{1}{m}}.$$

Для примера рассмотрим образец 1 в микросекундном и наносекундном диапазоне. Экспериментальные данные для этого образца сведены в таблице. По этим данным в микросекундном диапазоне m = 7,74 и F_{max} = 100,17 Дж·см$^{-2}$ и интегральная функция распределения Вейбулла–Гнеденко будет иметь вид (рис. 1)

$$p(F) = 1 - e^{-0,6931\left(\frac{F}{100,17}\right)^{7,74}}.$$

Оптическая прочность образца 1 в микросекундном диапазоне:

$$R(F) = e^{-0,6931\left(\frac{F}{100,17}\right)^{7,74}}.$$



Лазеры. Измерения. Информация. 2022. Том № 02. № 01 (05)
https://lasers-measurement-information.ru

Рис. 1. График интегральной функции распределения $p(F)$ образца 1 в микросекундном диапазоне: точки – экспериментальные данные, сплошная кривая – аппроксимация функцией распределения Вейбулла–Гнеденко, оптическая прочность – штриховая линия

По данным в наносекундном диапазоне m = 15,65 и F_{max} = 30,21 Дж·см$^{-2}$ и интегральная функция распределения Вейбулла–Гнеденко будет иметь вид (рис. 2):

$$p(F) = 1 - e^{-0,6931\left(\frac{F}{30,21}\right)^{15,65}}.$$

Оптическая прочность образца 1 в наносекундном диапазоне:

$$R(F) = e^{-0,6931\left(\frac{F}{30,21}\right)^{15,65}}.$$

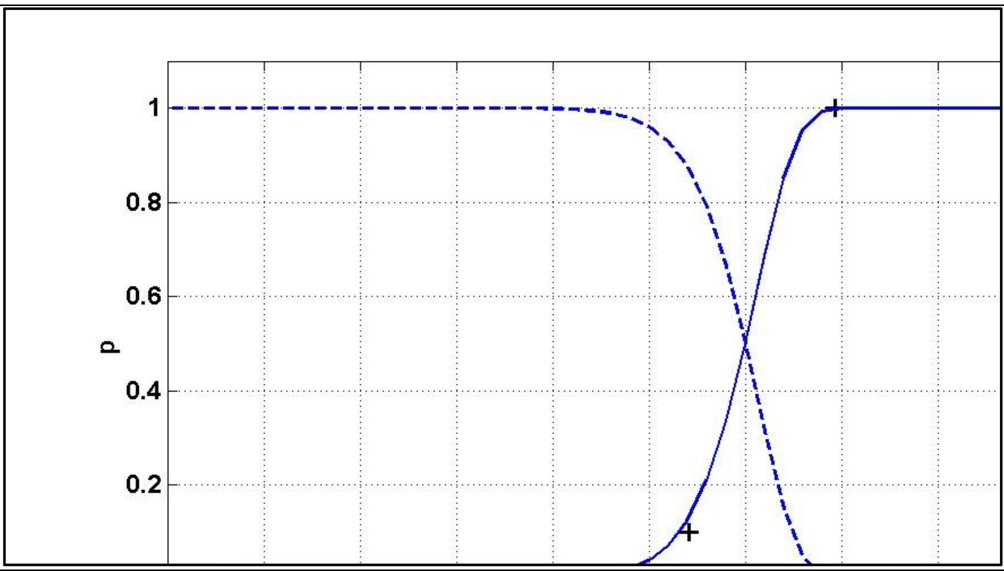


Рис 2. График интегральной функции распределения $p(F)$ образца 1 в наносекундном диапазоне: точки – экспериментальные данные, сплошная кривая – аппроксимация функцией распределения Вейбулла–Гнеденко, оптическая прочность – штриховая линия

Заключение

Таким образом, применение однопараметрического распределения Вейбулла–Гнеденко позволяет получить значения функции распределения вероятности пробоя при лазерном разрушении нанокомпозитов, хорошо совпадающие с экспериментально измеренными вероятности. При этом значения модуля Вейбулла, в основном, имеют типичные величины модуля для натриево-калиево-силикатного стекла в диапазоне от 4 до 15.

Конфликт интересов

Авторы статьи заявляют, что у них нет конфликта интересов по материалам данной статьи с третьими лицами, на момент подачи статьи в редакцию журнала, и им ничего не известно о возможных конфликтах интересов в настоящем со стороны третьих лиц.

Список литературы

Лазеры. Измерения. Информация. 2022. Том № 02. № 01 (05)
https://lasers-measurement-information.ru

1. Александров А. В., Потапов В. Д., Державин Б. П. // Сопротивление материалов. – М.: Москва. Высшая школа. 2003. 561 с.
2. Никоноров Н. В., Евстропьев С. К. // Оптическое материаловедение: основы прочности оптического стекла. – СПб: СПбГУ ИТМО, 2009. – 104 с.
3. O. V. Mkrtychev, V. G. Shemanin, and Yu. V. Shevtsov «Investigation of laser ablation destruction of polymer materials», Proc. SPIE 11322, XIV International Conference on Pulsed Lasers and Laser Applications, 1132221 (11 December 2019); DOI https://doi.org/10.1117/12.2555980.
4. Weibull W. Statistical distribution function of wide applicability // Journal of Applied Mechanics. 1951. V. 18. P.293-297.
5. Madjoubi M. A., Bousbaa C., Hamidouche M., Bouaouadja N. Weibull statistical analysis of the mechanical strength of a glass eroded by sand blasting // Journal of the European Ceramic Society. 1999. V. 19. No. 16. P.2957-2962.
6. Воронина Э. И., Ефремов В. П., Привалов В. Е., Чартий П. В., Шеманин В. Г. Оптическая прочность полимерных материалов при их лазерной абляционной деструкции // ЖТФ. 2009. Т. 79. Вып. 5. С. 143.
7. Воронина Э. И., Чартий П. В., Шеманин В. Г. // Физика экстремальных состояний вещества-2003. под ред. Фортова В. Е. и др. Черноголовка. ИПХФ РАН. 2003. С. 24.
8. Воронина Э. И., Чартий П. В., Шеманин В. Г. // Физика экстремальных состояний вещества-2005. под ред. Фортова В. Е. и др. Черноголовка. ИПХФ РАН. 2005. С. 37.
9. Voronina E. I., Efremov V. P., Privalov V. E., Shemanin V. G. Laser ablation thresholds of polymer materials studies // Proc. SPIE. 2003. V. 5381. P. 178−185.
10. Воронина Э. И., Ефремов В. П., Привалов В. Е., Шеманин В. Г. Исследование лазерного абляционного нагружения полимеров // Письма в ЖТФ. 2008. Т. 34. В. 23. С. 59.
11. Efremov V. P., Privalov V. E., Skripov P. V., Charty P. V., Shemanin V. G. Polymer materials laser destruction thresholds studies // Proc. SPIE. 2004. V. 5447. P. 234−241.
12. A. B. Atkarskaya, O. V. Mkrtychev, V. E. Privalov, V. G. Shemanin. Laser ablation of the glass nanocomposites studies // Optical Memory and Neural Networks (Information Optics). V.23, Issue 4, October 2014. ISSN: 1060-992X (Print) 1934-7898 (Online). p. 265−270.
13. Laktushkin G. V., Shemanin V. G. Surface quality laser testing system // Proc. SPIE. 1998. V. 3687. P. 53−55.
14. Мкртычев О. В. Методика определения лучевой прочности материалов при однократном облучении. Лазеры. Измерения. Информация. 2021. Т. 1. № 1(1). С. 7–13. [Электронный ресурс] URL: https://lasers-measurement-information.ru/ojs/index.php/laser/article/view/3 DOI: 10.51639/27130568_2021_1_1_7.
15. Мкртычев О. В., Шеманин В. Г. Способ определения оптической прочности материалов при однократном облучении. Патент на изобретение RU 2694073 C1, 09.07.2019. Заявка № 2018110756 от 26.03.2018.
16. Привалов В. Е., Шеманин В. Г., Мкртычев О. В. Метод оценки оптической прочности облучаемой поверхности при лазерной абляции. Измерительная техника. 2018. № 7. С. 34–37. [Электронный ресурс] URL: http://izmt.ru/note.php?type=TAMI_izmt&notes_id=281
17. Чунгурова Т. Л., Мкртычев О. В. Метод определения динамики оптической прочности материалов. Лазеры. Измерения. Информация. 2021. Т. 1. № 2(2). С. 26–29. [Электронный ресурс] URL: https://lasers-measurement-information.ru/ojs/index.php/laser/article/view/12 DOI: 10.51639/27130568_2021_1_2_26.
18. Чербачи Ю. В., Мкртычев О. В. Сравнение значений пробойной энергии при различных длительностях лазерного импульса. Лазеры. Измерения. Информация. 2021. Т. 1. № 2(2). С. 30–32. [Электронный ресурс] URL: https://lasers-measurement-information.ru/ojs/index.php/laser/article/view/13 DOI:10.51639/27130568_2021_1_2_30.

Лазеры. Измерения. Информация. 2022. Том № 02. № 01 (05)
https://lasers-measurement-information.ru

Statistical modeling of laser ablative destruction

Cherbachi Yu. V., Mkrtychev O. V.

353919, Russia, Novorossiysk Novorossiysk, Myskhakskoe shosse 75
Branch of Belgorod V G Shukhov State Technology University

An important characteristic of optical materials is the strength of the material when exposed to radiation on the surface of such a material. Three types of radiation resistance of optical materials are considered: thermoelastic cracking, destruction due to heating of foreign inclusions, and breakdown in the field of a light wave (self-focusing phenomenon). In this article, using the Weibull–Gnedenko model and some radiation parameters, for example, knowing the area of action of a laser beam during laser destruction, it is possible to determine the concentration of defects and calculate the probability of destruction, thus determining the optical strength of samples with a single irradiation.

Keywords: Weibull–Gnedenko model, sample reliability, optical strength.