

ЛАЗЕРНЫЕ И ОПТИЧЕСКИЕ ИЗМЕРЕНИЯ

doi: 10.51639/2713-0568_2023_3_3_22

УДК 621.3728

ГРНТИ 29.31.29

ВАК 1.3.19

Лидарное уравнение для рассеяния Ми с учётом ширины лазерной линии

Шеманин В. Г.

*Филиал Белгородского государственного технологического университета
им. В. Г. Шухова в Новороссийске, 353919, Новороссийск, Мысхакское шоссе, 75*

e-mail: vshemanin@mail.ru

Рассмотрено лидарное уравнение для рассеяния Ми аэрозольными частицами в направлении назад или 180° в предположении, что лазерная линия имеет конечную полуширину. Выполнено компьютерное моделирование лидарное уравнение для рассеяния Ми для нашей экспериментальной ситуации и расстояния зондирования до 5 км с учётом такого влияния на результаты зондирования, например, для моностатического аэрозольного лидара. Установлено, что влияние полуширины линии генерации лазера заметно проявляется на расстояниях зондирования более 1 км и ведёт к уменьшению мощности сигнала упругого рассеяния в направлении назад на единицы процента.

Ключевые слова: лидар, лидарное уравнение, рассеяние Ми.

Введение

Лидарное уравнение для рассеяния Ми аэрозольными частицами в направлении назад или 180° было подробно рассмотрено в работах [1–3] в предположении, что линия генерации лазера является дельта-функцией и не влияет на результаты зондирования. Однако использование широкополосных лазерных источников в лидарах требует учёта такого влияния на результаты зондирования, например, для лидара дифференциального поглощения и рассеяния в [4].

Поэтому целью настоящей работы является учёт ширины линии генерации лазера в моностатическом аэрозольном лидаре для зондирования атмосферного аэрозоля на расстояниях до 5 км.

Лидарное уравнение для рассеяния Ми на частицах

Рассмотрим оптическую схему моностатического аэрозольного лидара, приведенную на рис. 1. Оптические оси излучателя (лазера) и приёмного телескопа направлены вдоль оси z . Обычно диаграммы направленности излучателя θ_L и приёмного телескопа θ_T малы $\theta_L \sim \theta_T \ll 1 \sim 10^{-4} \dots 10^{-3}$, поэтому будем считать, что их мгновенный диаметр будет определяться как $d_L \sim \theta_L z$. Для телесных углов, определяющих расходимость зондирующего лазерного излучения $\Omega_L = \pi\theta_L^2$ и поле зрения приемного телескопа $\Omega_T = \pi\theta_T^2$, справедливо соотношение $\Omega_L < \Omega_T < 1$.

Передающую систему такого лидара будем характеризовать мощностью посылаемого в атмосферу лазерного излучения P_0 , длительностью импульса лазера τ_L , а линию генерации лазера будем считать гауссовой с максимумом на частоте ν_0 и полушириной Γ . Тогда мощность лазерного излучения в соответствии с [5] можно представить в виде

$$P_1 = P_0 \int_{\nu_0 - \Gamma}^{\nu_0 + \Gamma} \Phi(\nu) d\nu, \quad (1)$$

где для Гауссовой формы линии генерации введём функцию в виде

$$\Phi(\nu) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\Gamma} \exp\{-\nu^2 / (2\Gamma^2)\}. \quad (2)$$

Это будет означать, что на интервал $d\nu$ приходится мощность

$$dP_1 = P_0 \Phi(\nu) d\nu. \quad (3)$$

Площадь приёмной апертуры телескопа обозначим S_0 . Оптические характеристики атмосферы на трассе зондирования z зададим индикатрисой рассеяния $X(\varphi, \nu, z)$, коэффициентом рассеяния $\sigma(\nu, z)$ и коэффициентом ослабления $\alpha(\nu, z)$.

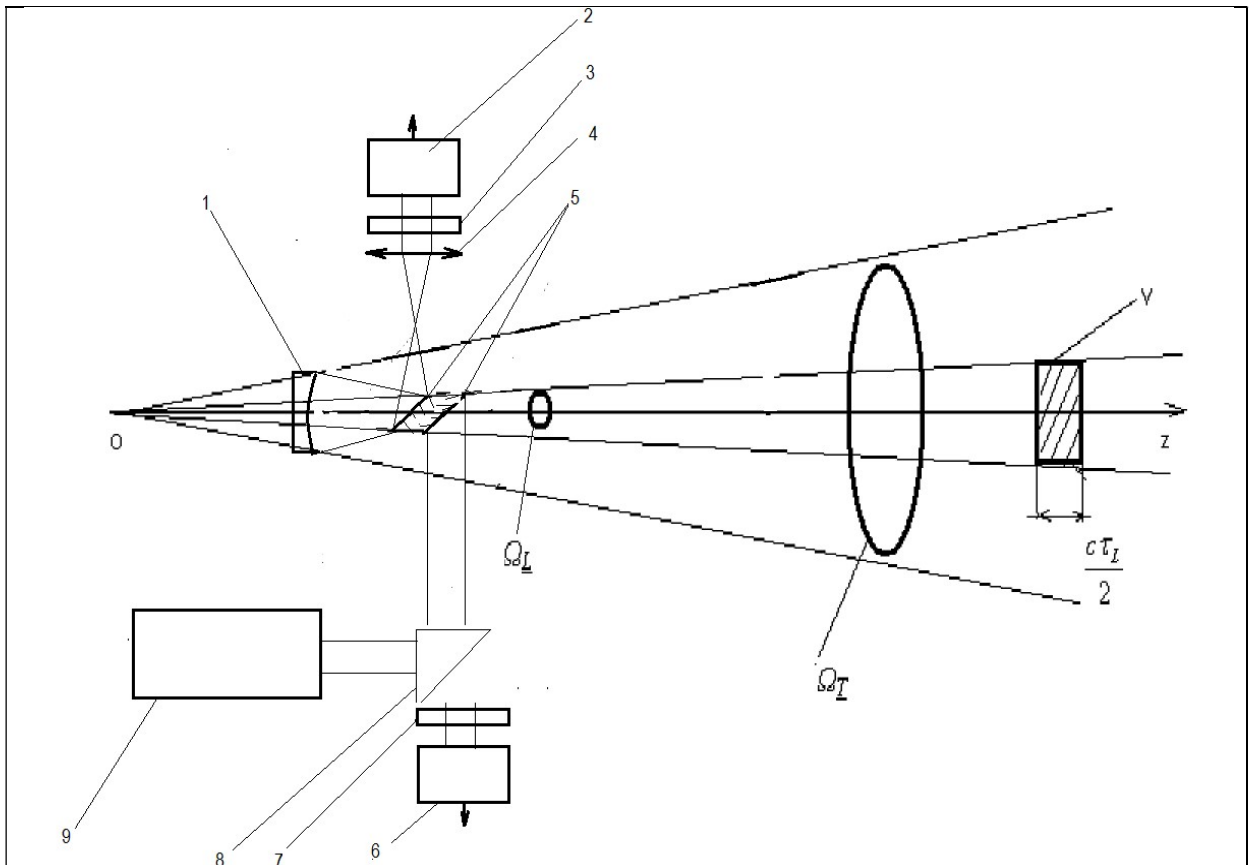


Рис. 1. Оптическая схема моностатического аэрозольного лидара:
 1 – приёмный телескоп, 2, 6 – фотоприёмники, 3, 7 – интерференционные светофильтры, 4 – линзовый объектив, 5 – зеркала, 8 – поворотная призма, 9 – лазер.
 Остальные пояснения в тексте

Предположим, что излучатель посылает импульс длительностью τ_L в момент времени $t = 0$ в атмосферу в заданном направлении z . Если распределение интенсивности по поперечному сечению лазерного луча равномерное, то интенсивность излучения,

рассеянного в направлении 180° объёмом атмосферы V на частоте ν в интервале частот $d\nu$ и находящимся на расстоянии $z \gg c\tau_L$, можно записать, следуя [6], в виде

$$dI(\nu, z) = X(\pi, \nu, z) dI_0(\nu, z) V \frac{1}{4\pi z^2}, \quad (4)$$

где $dI_0(\nu, z)$, $dI(\nu, z)$ – интенсивности падающего и рассеянного излучения на частоте ν в интервале частот $d\nu$, а π в индикатрисе рассеяния означает, что рассматривается рассеяние назад для углов $\varphi \approx \pi$. На вход приёмного телескопа в любой момент времени t приходит излучение из рассеивающего объёма V , ограниченного диаграммой направленности излучателя и длительностью зондирующего импульса

$$V = \frac{c\tau_L}{2} \pi \theta_L^2 z^2, \quad (5)$$

где c – скорость света, $\Omega_L = \pi \theta_L^2$ – телесный угол, в котором распространяется лазерное излучение, а произведение $\Omega_L z^2$ – освещаемая площадь или поперечное сечение лазерного луча на расстоянии z .

Интенсивность падающего на объём V лазерного излучения на частоте ν в интервале частот $d\nu$ равна как и в [6]

$$dI_0(\nu, z) = P_0 \Phi(\nu) T(\nu, z) \frac{d\nu}{4\pi \theta_L^2 z^2}, \quad (6)$$

где $T(\nu, z)$ – пропускание или прозрачность на частоте ν участка трассы от лидара до исследуемого объёма, равное согласно [7]

$$T(\nu, z) = \exp\left[-\int_0^z \alpha(\nu, z') dz'\right]. \quad (7)$$

Подставляем выражение (6) в формулу (4) и получаем выражение для интенсивности

$$dI(\nu, z) = \frac{c\tau_L}{8\pi z^2} P_0 \Phi(\nu) X(\pi, \nu, z) T(\nu, z) d\nu. \quad (8)$$

Мощность рассеянного назад излучения на частоте ν в интервале $d\nu$, поступающего на фотоприёмник лидара, в общем случае определяется выражением [5]

$$dP(\nu, z) = A(\nu) dI(\nu, z) T(\nu, z) \sigma(\nu, z) S_0 G(z), \quad (9)$$

где $A(\nu)$ – спектральный коэффициент пропускания приёмной системы лидара [2, 6] или его аппаратная функция, $\sigma(\nu, z)$ – коэффициент обратного рассеяния [1] и $G(z)$ – геометрическая функция лидара [6] или геометрический фактор [1, 7]. Эта функция полностью определяется параметрами оптической схемы лидара и по сути количественно характеризует степень виньетирования потока рассеянного назад излучения, поступающего на фотоприёмник из рассеивающего объёма атмосферы с расстояния z [6]. Согласно [6] геометрическая функция лежит в пределах $0 < G(z) < 1$.

Подставляя в выражение (9) интенсивность $dI(\nu, z)$ из (8), получим выражение аналогичное лидарному уравнению в [6]

$$dP(\nu, z) = \frac{c\tau_L}{2} \frac{1}{z^2} S_0 G(z) P_0 T^2(\nu, z) \sigma(\pi, \nu, z) A(\nu) \Phi(\nu) d\nu, \quad (10)$$

в котором используется соотношение для индикатрисы рассеяния из [2] в виде

$$\sigma(\pi, \nu, z) = X(\pi, \nu, z) \frac{\sigma(\nu, z)}{4\pi}.$$

Интегрируя это выражение (13) по всей ширине линии генерации от $(\nu_0 - \Gamma)$ до $(\nu_0 + \Gamma)$, получим выражение для полной мощности на фотоприёмнике лидара в виде:

$$P(\nu, z) = \frac{c\tau_L}{2} \frac{1}{z^2} S_0 G(z) P_0 \int_{\nu_0 - \Gamma}^{\nu_0 + \Gamma} T^2(\nu, z) \sigma(\pi, \nu, z) A(\nu) \Phi(\nu) d\nu. \quad (11)$$

Подставляя в это выражение (11) формулы (1) и (7) окончательно получим лидарное уравнения для рассеяния Ми в направлении назад для линии генерации лазера конечной полуширины Γ в виде

$$P(\nu, z) = \frac{BG(z)}{z^2} \int_{\nu_0-\Gamma}^{\nu_0+\Gamma} \exp[-(\nu - \nu_0)^2 / (2\Gamma^2) - 2 \int_0^z \alpha(\nu, z') dz'] \sigma(\pi, \nu, z) A(\nu) d\nu, \quad (12)$$

$$B = \frac{c\tau_L}{2} S_0 \frac{P_0}{\sqrt{2\pi}\Gamma},$$

где B – калибровочная константа лидара и

Результаты моделирования и обсуждение

Рассмотрим решение уравнения (12) при следующих предположениях.

Аппроксимируем аппаратную функцию Гауссовой кривой с единичной амплитудой вида

$$A(\nu) = \exp\{-(\nu - \nu_0)^2 / (2\Gamma_a^2)\}. \quad (13)$$

Будем считать, что длина волны зондирующего излучения такова, что поглощение молекулами атмосферных газов пренебрежимо мало по сравнению с рассеянием [1, 10, 11] и атмосфера однородна. Тогда $\alpha(\nu, z) \approx \sigma(\nu, z) = \sigma(z)$. Обозначим $x = (\nu - \nu_0)$ и тогда перепишем (12):

$$P(\nu, z) = \frac{BG(z)}{z^2} \sigma(z) \exp[-2\sigma(z)z] \int_{-\Gamma}^{\Gamma} \exp[-x^2 / (2\Gamma_a^2) - x^2 / (2\Gamma^2)] dx \quad (14)$$

Две последние экспоненты в (14) преобразуем, используя интеграл ошибок [8] $\text{erf}(\Gamma)$, к виду

$$P(\nu, z) = \frac{BG(z)}{z^2} \sigma(z) \exp[-2\sigma(z)z] 2\Gamma_a \sqrt{\frac{2\pi}{\Gamma^2 + \Gamma_a^2}} \text{erf}(\Gamma) \quad (15)$$

Считая $\sigma(z)$ мало зависящим от частоты ν в исследуемом диапазоне 2Γ и полагая, что $G(z)$ в нашем случае равно 1, и, что $\exp[-2\sigma(z)z]$ для диапазона $200 < z < 5000$ (в м) тоже порядка 1, сделаем оценки мощности упругого рассеяния назад для значений полуширины Γ в диапазоне 1...4 ГГц. Также предположим, что полуширина аппаратной функции на порядок больше, чем полуширина линии генерации лазера, что вполне допустимо для промышленных лазеров и интерференционных светофильтров в качестве спектроанализатора лидара [9]. Результаты численного решения уравнения (15) для случая однократного рассеяния и однородной атмосферы представлены на рис. 2.

Как видно из графиков на рис. 2, учёт полуширины линии генерации лазера даёт некоторое уменьшение мощности упругого рассеяния назад (порядка 1 % при увеличении полуширины в 4 раза) на расстоянии зондирования 5 км.

Рассмотрим другой вариант решения уравнения (12), не делая никаких предварительных предположений. Аппроксимируем аппаратную функцию Гауссовой кривой с единичной амплитудой типа (13) и перепишем уравнение (12) в виде

$$P(\nu, z) = B \frac{G(z)}{z^2} \int_{\nu_0-\Gamma}^{\nu_0+\Gamma} \sigma(\pi, \nu, z) e^{\left[-2 \int_0^z \alpha(\nu, z') dz' - \frac{(\nu-\nu_0)^2}{2\Gamma_a^2} - \frac{(\nu-\nu_0)^2}{2\Gamma^2}\right]} d\nu. \quad (16)$$

Две последние экспоненты так же преобразуем в интеграл ошибок [8] и перепишем выражение (16) в виде

$$P(\nu, z) = 2B\Gamma_a \frac{G(z)}{z^2} \sqrt{\frac{2\pi}{\Gamma^2 + \Gamma_a^2}} \int_{\nu_0-\Gamma}^{\nu_0+\Gamma} e^{\left[-2 \int_0^z \alpha(\nu, z') dz'\right]} \sigma(\pi, \nu, z) d\nu \text{erf}(\Gamma). \quad (17)$$

Как и ранее, выполним численное решение этого уравнения (17) для тех же значений полуширины Γ в диапазоне от 1 до 4 ГГц, в предположении однократного рассеяния. Значения геометрической функции и коэффициентов ослабления в атмосфере и обратного

рассеяния задавались таблично по данным [1, 10, 11]. В качестве примера, на рис. 3 приведены результаты численного решения уравнения (30) для случая $G(z) = 1$, $\sigma(\pi, \nu_0) = 10 \text{ м}^{-1}$ и $\alpha(\nu_0) = 0,01 \text{ км}^{-1}$ в максимуме линии генерации лазера из [1] и однородной атмосферы.

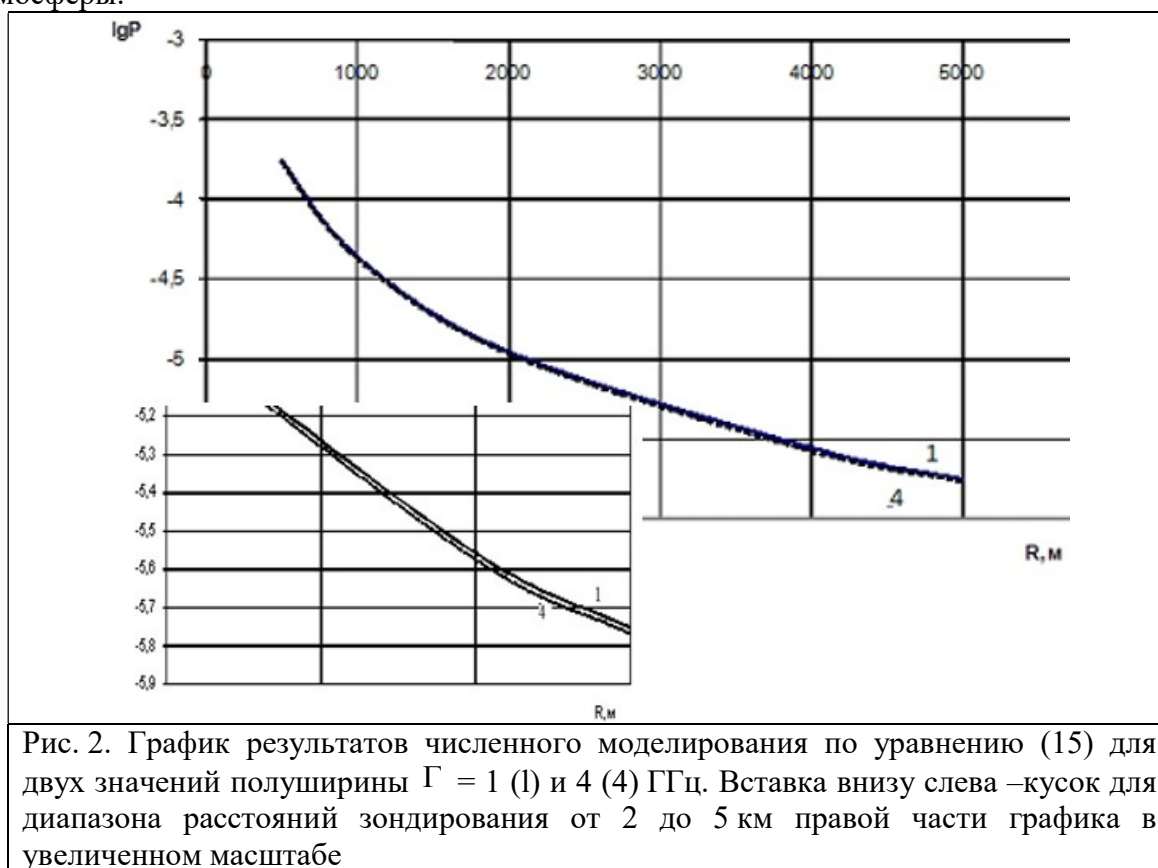


Рис. 2. График результатов численного моделирования по уравнению (15) для двух значений полуширины $\Gamma = 1$ (1) и 4 (4) ГГц. Вставка внизу слева – кусок для диапазона расстояний зондирования от 2 до 5 км правой части графика в увеличенном масштабе

Как видно из графика на рис. 3, увеличение полуширины линии генерации лазера даёт некоторое уменьшение мощности упругого рассеяния назад (до 1,5 % при увеличении полуширины в 4 раза) на расстояниях зондирования от 2 до 5 км, что подтверждает полученные выше результаты первого варианта решения лидарного уравнения для упругого однократного рассеяния типа (12).

В таблице представлены для сравнения расчётные значения мощности рассеяния M_i в направлении назад для двух значений полуширины $\Gamma = 1$ и 4 ГГц для расстояний зондирования 2, 4 и 5 км.

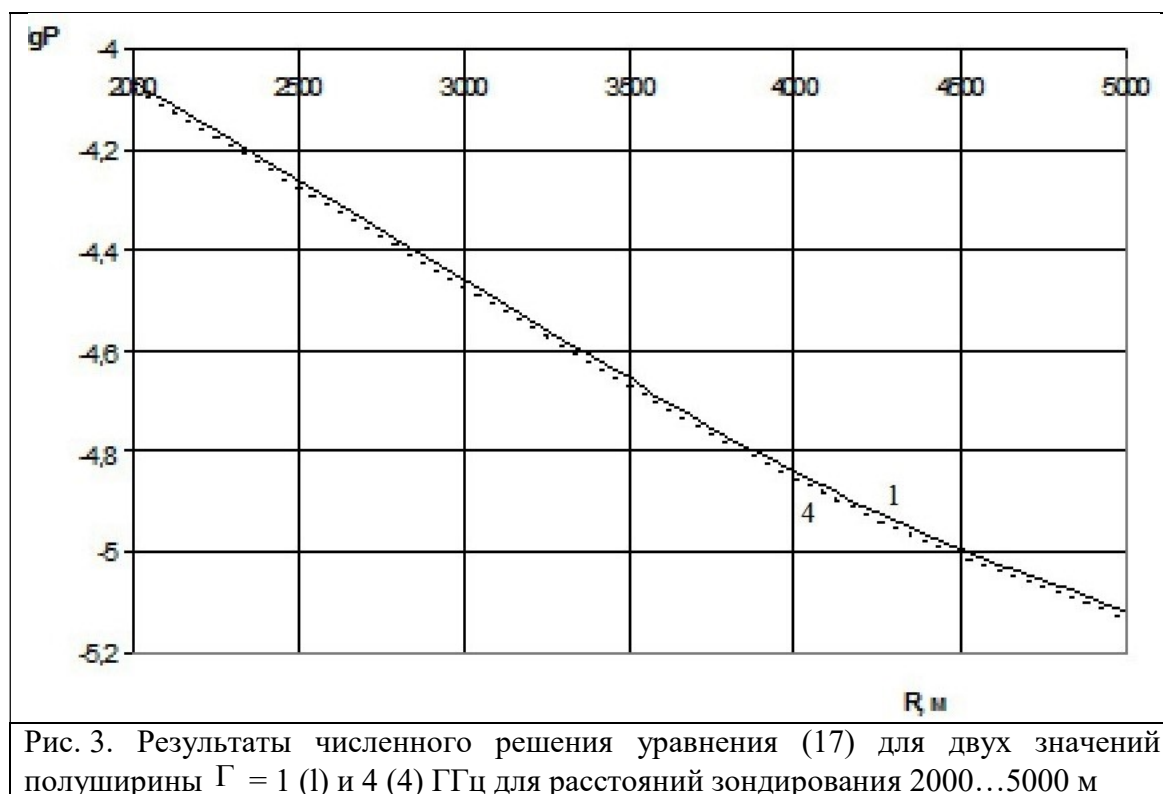
Таблица

Расчётные значения мощности рассеяния M_i
в направлении назад по уравнениям (15) и (17)

Расстояние зондирования z , м	Расчетные значения мощности рассеяния M_i в направлении назад P , Вт, для значений полуширины $\Gamma = 1, 2$ и 4 ГГц			
	Вариант 1		Вариант 2	
	P_1	P_4	P_1	P_4
2000	1,11E-05	1,07E-05	8,63E-05	8,39E-05
4000	2,77E-06	2,67E-06	1,45E-05	1,41E-05
5000	1,78E-06	1,71E-06	7,57E-06	7,36E-06

Заключение

Таким образом, влияние полуширины линии генерации лазера заметно проявляется на расстояниях зондирования более 1 км и ведет к уменьшению мощности сигнала упругого рассеяния в направлении назад на единицы процента.



Конфликт интересов

Автор статьи заявляет, что у него нет конфликта интересов по материалам данной статьи с третьими лицами на момент подачи статьи в редакцию журнала, и ему ничего не известно о возможных конфликтах интересов в настоящем со стороны третьих лиц.

Список литературы

1. Привалов В. Е., Шеманин В. Г. Параметры лидаров для дистанционного зондирования газовых молекул и аэрозоля в атмосфере. С.- Пб. Балтийский ГТУ. 2001. 56 с.
2. Привалов В. Е., Фотиади А. Э., Шеманин В. Г. Лазеры и экологический мониторинг атмосферы. СПб.: Изд. Лань, 2013, 288 с.
3. Привалов В. Е., Шеманин В. Г. [Уравнение лазерного зондирования для реального аэрозольного лидара](#). //Фотоника. 2013. №2(38), С. 72–78.
4. Креков Г. М., Крекова М. М., Суханов А. Я., Лысенко А. А. Лидарное уравнение для широкополосного оптического излучения. // Письма в Журнал технической физики., 2009. Т. 35, вып. 15. С.8–15
5. Долгих Г. И., Привалов В. Е. Лазеры. Лазерные системы. Владивосток: Изд. Дальнаука, 2009. 202 с.
6. Донченко В. А., Кабанов М. В., Кауль Б. В., Самохвалов И. В. Атмосферная электрооптика. Томск: Изд-во НТЛ. 2010. С. 178–181

Лазеры. Измерения. Информация. 2023. Том № 03. № 03 (11)
<https://lasers-measurement-information.ru>

7. Межерис Р. Лазерное дистанционное зондирование. М.: Мир.1987. С. 269–276
8. Математическая энциклопедия, Т. 2 / Под ред. И.М. Виноградова. М.: Сов. Энциклопедия. 1979, С. 566, 567
9. Воронина Э. И., Привалов В. Е., Шеманин В. Г. Зондирование молекул водорода на лабораторном лидаре КР. // Письма в Журнал технической физики., 2004. Т.30, вып. 5. С. 14–17
10. Зуев В. Е., Кауль Б. В., Самохвалов И. В., Кирков К. И., Цанев В. И. Лазерное зондирование промышленных аэрозолей. Новосибирск. Наука. 1986. С.42–43
11. Лазерный контроль атмосферы. // Под ред. Э. Хинкли. М. Мир.1979. 546 с.

Lidar equation for Mie scattering taking into account the width of the laser line

Shemanin V.G.

Novorossiysk Branch of V.G. Shukhov Belgorod State Technological University, Novorossiysk, Russia

vshemanin@mail.ru

The lidar equation for Mie backscattering by aerosol particles is considered in assuming that the laser line has a finite half-width. A computer simulation of the lidar equation for Mie backscattering for our experimental situation and the ranging distance up to 5 km has been performed, taking into account such an effect on the ranging results, for example, for a monostatic aerosol lidar. It was found that the effect of the half-width of the laser line is noticeably manifested at the ranging distances of more than 1 km and leads to a decrease in the elastic backscattering power signal by units of percent.

Key words: lidar, lidar equation, Mie scattering.

References

1. Privalov V.E., Shemanin V.G. Parameters of lidars for remote sensing of gas molecules and aerosol in the atmosphere. S.-Pb. Baltic State Technical University. 2001. 56 p.
2. Privalov V.E., Fotiadi A.E., Shemanin V.G. Lasers and environmental monitoring of the atmosphere. SPb.: Publishing house. Lan, 2013, 288 p.
3. Privalov V.E., Shemanin V.G. Laser sensing equation for a real aerosol lidar. //Photronics. 2013. No. 2(38), pp. 72–78.
4. Krekov G.M., Krekova M.M., Sukhanov A.Ya., Lysenko A.A. Lidar equation for broadband optical radiation. // Letters to the Journal of Technical Physics., 2009. T. 35, no. 15. P.8–15
5. Dolgikh G.I., Privalov V.E. Lasers. Laser systems. Vladivostok: Publishing house. Dalnauka, 2009. 202 p.
6. Donchenko V.A., Kabanov M.V., Kaul B.V., Samokhvalov I.V. Atmospheric electro-optics. Tomsk: NTL Publishing House. 2010. pp. 178–181
7. Mezheris R. Laser remote sensing. M.: Mir.1987. pp. 269–276
8. Mathematical Encyclopedia, Vol. 2 / Ed. THEM. Vinogradova. M.: Sov. Encyclopedia. 1979, pp. 566, 567

Лазеры. Измерения. Информация. 2023. Том № 03. № 03 (11)

<https://lasers-measurement-information.ru>

9. Voronina E.I., Privalov V.E., Shemanin V.G. Probing of hydrogen molecules using a laboratory lidar of the Kyrgyz Republic. // Letters to the Journal of Technical Physics., 2004. T.30, issue. 5. P.14–17
10. Zuev V.E., Kaul B.V., Samokhvalov I.V., Kirkov K.I., Tsanev V.I. Laser sensing of industrial aerosols. Novosibirsk The science. 1986. P.42–43
11. Laser control of the atmosphere. //Ed. E. Hinckley. M. Mir.1979. 546 p.